Unidad I

Programación lineal
La programación lineal es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de un sistema de inecuaciones lineales,optimizando la función objetivo, también lineal.
Consiste en optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que expresamos mediante un sistema de inecuaciones lineales

1.1. Introducción.

El objetivo del presente estudio es efectuar el inventario de la infraestructura y estimar el potencial energético de la Cuenca del Plata y de los cinco países que la comparten. El gran dinamismo respecto del desarrollo y uso de fuentes energéticas no sólo en los países de la Cuenca sino en todos los países del mundo, hace que proyecciones de consumo realizadas antes de 1977 presenten grandes desvíos con la realidad. Asimismo el uso de diferentes criterios de crecimiento y desarrollo utilizados por diversos organismos nacionales e internacionales determina variaciones en las proyecciones, fruto también de la incertidumbre respecto de la estructura de la oferta y de la demanda en el futuro.

Las perspectivas de agotamiento de las fuentes no renovables de energía ha llevado a los países a investigar el uso económico de las fuentes renovables, como la energía hidroeléctrica, solar, eólica, de la biomasa vegetal, de las mareas y geotérmica.

En este momento existe amplia experiencia en la utilización de la energía hidroeléctrica, por lo que este tipo de aprovechamiento es el que se desarrolla más rápidamente en aquellos países que tienen posibilidades, a pesar de las grandes inversiones requeridas. Cabe indicar que esa fuente energética está casi completamente agotada en los países desarrollados de Europa.

Las llamadas fuentes no convencionales, son en realidad de uso muy antiguo si bien a escala relativamente pequeña, tal como la energía eólica en molinos de viento para bombeo de agua y aerocargadores eléctricos; energía solar para el secado de frutas, hortalizas, carne y otros productos; destilación de biomasa para la obtención de alcohol para uso como bebida o combustible; utilización de gasómetros para el funcionamiento de motores a explosión; mini o micro centrales hidroeléctricas; uso de leña y carbón como fuentes energéticas y reductoras, y toda una gama de aprovechamientos ya desarrollados por la humanidad a escala no comercial.

Existe actualmente en el mundo un interés manifiesto en el desarrollo de técnicas para aprovechar en forma económica todas esas fuentes de energía renovable en escala comercial.

1.2. Método gráfico.

Cada una de las ecuaciones que forman un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es la de una función de primer grado, es decir, una recta. El *método gráfico* para resolver este tipo de sistemas consiste, por tanto, en representar en unos ejes cartesianos, o sistema de coordenadas, ambas rectas y comprobar si se cortan y, si es así, dónde. Esta última afirmación contiene la filosofía del proceso de *discusión* de un sistema por el método gráfico. Hay que tener en cuenta, que, en el plano, dos rectas sólo pueden tener tres posiciones relativas (entre sí): se cortan en un punto, son paralelas o son coincidentes (la misma recta). Si las dos rectas se cortan en un punto, las coordenadas de éste son el par *(x, y)* que conforman la única solución del sistema, ya que son los únicos valores de ambas incógnitas que satisfacen las dos ecuaciones del sistema, por lo tanto, el mismo es **compatible determinado**. Si las dos rectas son paralelas, no tienen ningún punto en común, por lo que no hay ningún par de números que representen a un punto que esté en ambas rectas, es decir, que satisfaga las dos ecuaciones del sistema a la vez, por lo que éste será **incompatible**, o sea sin solución. Por último, si ambas rectas son coincidentes, hay infinitos puntos que pertenecen a ambas, lo cual nos indica que hay infinitas soluciones del sistema (todos los puntos de las rectas), luego éste será **compatible indeterminado**.

El proceso de resolución de un sistema de ecuaciones mediante el *método gráfico* se resume en las siguientes fases:

i. Se despeja la incógnita *y* en ambas ecuaciones.
ii. Se construye, para cada una de las dos funciones de primer grado obtenidas, la tabla de valores correspondientes.
iii. Se representan gráficamente ambas rectas en los ejes coordenados.
iv. En este último paso hay tres posibilidades:
    a. Si ambas rectas se cortan, las coordenadas del punto de corte son los únicos valores de las incógnitas *x* e *y*. **Sistema compatible determinado**.
    b. Si ambas rectas son coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones que son las respectivas coordenadas de todos los puntos de esa recta en la que coinciden ambas. **Sistema compatible indeterminado**.
    c. Si ambas rectas son paralelas, el sistema no tiene solución. **Sistema incompatible**.

1.3. Método simplex.

Es un método genérico de solución de problemas lineales, desarrollado por George Dantzig en 1947.
Como tal, el método simplex es un procedimiento algebraico, pero puede entenderse más fácilmente como un método geométrico**.**

1.4. Método de la M.

Los pasos básicos del método M son los siguientes:

1. Exprese el problema en forma estándar transformando las inecuaciones en ecuaciones introduciendo variables de holgura.

2. Agregue variables no negativas al lado izquierdo de cada una de las ecuaciones correspondientes a las restricciones de tipo (>=) o (=). Estas variables se denominan variables artificiales y su adición hace que las restricciones correspondientes.
Esta dificultad se elimina asegurando que las variables sean 0 en la solución final. Esto se logra asignando una penalización muy grande por unidad a estas variables en la función objetivo. Tal penalización se designará como –M para problemas de maximización y +M para problemas de minimización.

3. Utiliza las variables artificiales en la solución básica inicial; sin embargo la función objetivo de la tabla inicial se prepara adecuadamente para expresarse en términos de las variables no básicas únicamente. Esto significa que los coeficientes de las variables artificiales en la función objetivo deben ser 0 un resultado que puede lograrse sumando múltiplos adecuados de las ecuaciones de restricción al renglón objetivo.

4. Proceda con los pasos regulares del método simplex.

EJEMPLO:

Minimizar $Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 15$$
$$2X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 12$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Minimizar $Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 0S_1 + 0S_2$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 15 + S_1$$
$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Minimizar $Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 0S_1 + 0S_2 + MR_1$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 - S_1 + R_1 = 15$$
$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Minimizar $Z - 3X_1 - 2X_2 - 4X_3 - 0S_1 - 0S_2 - MR_1$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 - S_1 + R_1 = 15$$
$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Nota.

$\geq \longrightarrow$ Se introduce a la restricció n variable de holgura y variable artificial . (S y R)

$= \longrightarrow$ Se adiciona una variable artificial (R)

$\geq \longrightarrow$ Variable de holgura introducid a a la ecuación. (S)

1.5. Método de las dos fases.

La desventaja de la técnica M es el posible error de cómputo que podría resultar de asignar un valor muy grande a la constante M. Esta situación podría presentar errores de redondeo en las operaciones de la computadora digital. Para evitar esta dificultad el problema se puede resolver en 2 fases.

FASE 1. Formule un nuevo problema reemplazando la función objetivo por la suma de las variables artificiales.

La nueva función objetivo se minimiza sujeta a las restricciones del problema original. Si el problema tiene un espacio factible el valor mínimo de la función objetivo óptima será cero, lo cual indica que todas las variables artificiales son cero. En este momento pasamos a la fase 2.

* Si el valor mínimo de la función objetivo óptima es mayor que cero, el problema no tiene solución y termina anotándose que no existen soluciones factibles

FASE 2. Utilice la solución óptima de la fase 1 como solución de inicio para el problema original. En este caso, la función objetivo original se expresa en términos de las variables no básicas utilizando las eliminaciones usuales Gauss-Jordan.

1.6. Análisis de sensibilidad.

El análisis de sensibilidad es un término financiero, muy utilizado en el mundo de la empresa a la hora de tomar decisiones de inversión, que consiste en calcular los nuevos flujos de caja y elVAN (en un proyecto, en un negocio, etc...), al cambiar una variable (la inversión inicial, la duración, los ingresos, la tasa de crecimiento de los ingresos, los costes, etc....). De este modo teniendo los nuevos flujos de caja y el nuevo VAN podremos calcular o mejorar nuestras estimaciones sobre el proyecto que vamos a comenzar en el caso de que esas variables cambiasen o existiesen errores iniciales de apreciación por nuestra parte en los datos obtenidos inicialmente.

Para hacer el análisis de sensibilidad tenemos que comparar el VAN antiguo con el VAN nuevo y nos dará un valor que al multiplicarlo por cien obtendremos el porcentaje de cambio. La fórmula a utilizar es la siguiente: $(VANn - VANe)/VANe$. Donde VAN*n* es el nuevo VAN obtenido y VAN*e* es el VAN que teníamos antes de realizar el cambio en la variable.